

Код участника МА. 11-5

Всероссийская олимпиада школьников
муниципальный этап

Математика
(предмет)

Олимпиадная работа

обучающегося 11 класса

МБОУ СШ №7

Тиминской Софии Алексеевны
(ФИО полностью)

03.10.2007
(дата рождения участника)

Тиминская Юлия Сергеевна
(ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ полностью)

Бланк ответов

N	1	2	3	4	5	Σ
Б	7	4	0	2	3	16



Класс

11

Аудитория

6

Название предмета

МАТЕМАТИК

Дата проведения
(дд-мм-гг)

23 - 11 - 24

Лист №

1

Шифр

МА - 11 - 5

Задание 1

$$P(x) = (2024x - 2023x^2 + 2022x^3 - 2021x^4 - x^5)^{2024}$$

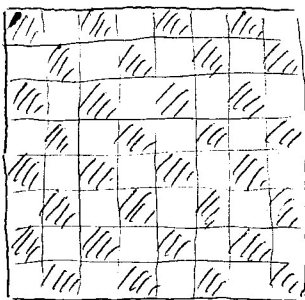
После приведения многочлена к стандартному виду Петя получил многочлен вида $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$.

Тогда сумму всех коэффициентов, то есть сумму вида $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$ можно получить, если подставить значение $x = 1$ в исходный многочлен:

$$P(1) = (2024 - 2023 + 2022 - 2021 - 1)^{2024} = 1^{2024} = 1$$

Ответ: 1

2n



Задание 2

Изначально имеем квадратную доску $2n \times 2n$ где $4n^2$ клеток из которых $2n^2$ - черные и $2n^2$ - белые, значит так как $n \in \mathbb{N}$, то черных клеток точно четное количество, как и белых (в шахматной

доске одинаковое количество черных и белых). Рассмотрим один ход: если в горизонтали или вертикали было четное количество черных, то и четное количество белых, тогда при переокраски также останется четное количество черных и белых. При этом, если мы меняем цвета в горизонтали, то теперь в каждом столбце нечетное количество цветов клеток черного и белого

Бланк ответов



Класс

Аудитория

Название предмета

Дата проведения
(дд-мм-гг)

11 6

МАТЕМАТИКА

23 - 11 - 24

Лист №

Шифр

2

МА - 11 - 5

цвета, но так как столбцов четное количество, то в строке в таблице сохраняется четное количество клеток каждого цвета. (при умножении четного числа на нечетное получаем четное число). Тогда можно сделать вывод, что так как в начале было четное количество черных и белых клеток, то в независимости от того, сколько ходов мы сделаем, в таблице останется четное количество черных и белых клеток. Значит, так как $2n+1$ - нечетное число, то по условию противоречие и такое быть не может.

Ответ: нет, не может.

Задача 3

Пусть Марии ab лет, тогда Егору $ab+5$ лет. Через 5 лет Марии будет $ab+5$ лет, а Егору $ab+10$ лет.

По условию $ab(ab+5)$ - точный квадрат натурального числа и $(ab+5)(ab+10)$ - точный квадрат натурального числа.

Заметим, что точный квадрат может заканчиваться на:

0; 1; 4; 5; 6; 9. Значит числа $ab+5$ и $ab+10$ должны на них заканчиваться. Тогда рассмотрим ab , $(ab+5)$, $(ab+10)$. Имеем 4 случая:

1) $ab+5$ на 0; $ab+10$ на 5; ab на 5

2) $ab+5$ на 1; $ab+10$ на 6; ab на 6

Бланк ответов



Класс

11

Аудитория

6

Название предмета

МАТЕМАТИК

Дата проведения
(дд-мм-гг)

23 - 11 - 24

Лист №

3

Шифр

МД - 11 - 5

3) $ab+5$ на 4; $ab+10$ на 2; ab на 9

4) $ab+5$ на 6; $ab+10$ на 1; ab на 1

В первом случае если $ab+5$ заканчивается на 0, а $ab+5$ стоит в конце квадрата, то $ab+5$ имеет вид 00 , что не может быть.

Во втором случае получаем, что число вида $x6(x+1)1$ - квадрат, если оно оканчивается на 1, то само число, которое возводят в квадрат оканчивается на 9 или на 1, тогда варианты 4 и 2 не подходят. Остается вариант (3), тогда число вида $x9(x+1)4$ - квадрат и $(x+1)4(x+1)9$ - квадрат. По невозможности по свойствам квадратов, учитывая, что $x \leq 8$.

Задача 5

$$a \cdot e^x + b = e^{ax+b}$$

Рассмотрим две функции:

1) $f(x) = a \cdot e^x$

2) $g(x) = e^{ax+b}$

Заметим, что при $a=1$ и $b=0$ достигается равенство при любом x . Тогда $(1; 0)$ является решением. ЗБ.

Обе функции являются показательными (экспоненциальными)

И если равенство должно достигаться при любом x , то оно должно достигаться и в точке экстремума

$$f'(x) = a e^x; \quad g'(x) = a e^{ax+b}$$

Заметим, что у показательной

Бланк ответов



Класс Аудитория

1 1 6

Название предмета

МАТЕМАТИКА

Дата проведения (дд-мм-гг)

23 - 11 - 24

Лист №

4

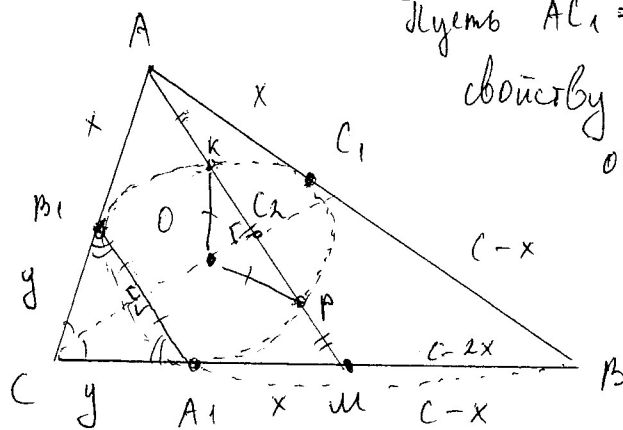
Шифр

МА - 11 - 5

функции не наибольшие и наименьшие значения, но их производные попытка, то скорость роста функции равна, но тогда равенство не будет выполняться при всех x . Производные функции будут равны только при $a=1, b=0$, что и является решением. (пара $(0,0)$ - не решение)

Ответ: $(1, 0)$.

Задача и.



Пусть $AC_1 = x$, тогда по

свойству касательных к

окружностям $AB_1 = x$,

$C_1B = c-x$; $A_1B = c-x$,

Пусть $CA_1 = y$, тогда $CB_1 = y$.

$$P = 2x + 2(c-x) + 2y = 2c + 2y. \quad (1)$$

Дано:

$$AK = KP = PM$$

$$AB = c$$

$$P = ?$$

Так как медиана в треугольнике точкой пересечения делится в отношении $2:1$ считая с вершины, то $(1) P$, которая принадлежит окружности и есть точка пересечения медиан $\triangle ABC$.

Пусть CO - биссектриса $\angle ACB$ (центр принадлежит биссектрисе так как является центром пересечения биссектрис). Тогда CO - высота в равнобедренном $\triangle COP$, тогда так как $AC_2 = C_2M$, то $\triangle CC_2M = \triangle CAC_2$

по 2-м катетам. Тогда $A_1M = x$. Из $CM = MB$: $y = c - 3x$

25