Код участника МА 10-11

Всероссийская олимпиада школьников

муниципальный этап

Математика
(предмет)

Олимпиадная работа

обучающегося 10 класса

МБОУ СШ N 13

Попова Дмитрия Валерьевича
(ФИО полностью)

21.12.2007
(дата рождения участника)

Станева Марина Владимировна
(ФИО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ полностью)

2024год

Бланк ответов

Класс	Аудитория	Название предмета	Дата проведения (дд-мм-гг)
1 0	5	М А Т Е М А Т И К	23 - 11 - 24

N	1	2	3	4	5	Σ
б	7	5	6	3	X	21

Лист №	Шифр
1	МА 10 - 11

№3

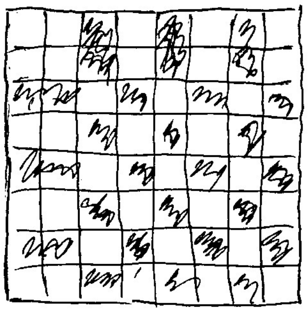
Всего клеток — $2024 \cdot 2024$

чёрных клеток $\frac{2024 \cdot 2024}{2} = 1012 \cdot 2024$

надо, чтобы чёрных стало 2025

Если перекрасить в противоположные цвета крайнюю ~~диагональ~~ горизонталь с белым углом (если брать с чёрным углом, то чёрных клеток станет больше, а нам надо уменьшить), а затем перекрасить крайнюю (или любую другую) вертикаль, то:

Рассмотрим поле 8 на 8, оно такое же как 2024 на 2024, но в 253^2 раза меньше, для удобства:



чёрных стало на 2 клетки меньше, если повторить такое же с любой другой горизонталью и вертикалью, то результат не изменится: чёрных клеток становится меньше на чётное число, значит исходное кол-во чёрных клеток должно быть больше в чётное число раз

$\frac{1012 \cdot 2024}{2025}$ должно делиться на 2 и быть целым.

$\frac{1012 \cdot 2024}{2025} = \frac{2^5 \cdot 23 \cdot 11}{5 \cdot 3^4}$ — число нечётное и не целое, значит 2025 клеток быть не может. Ответ: не может.

Бланк ответов

Класс	Аудитория	Название предмета	Дата проведения (дд-мм-гг)
10	5	МАТЕМАТИК	23-11-24

Лист №	Шифр
2	МА 10-11

№1

Всего 2025

либо Р. либо Л.

Допустим, что высказывание из условия „На острове рыцарей на 1000 больше, чем лжецов" - правда, тогда

Пусть x - кол-во Лжецов, тогда

$x+1000$ - Кол-во Рыцарей, получаем, что

$x + x + 1000 = 2025$

$2x = 1025$

$x = 512,5$

x не может быть не целым, так как мы считаем людей, значит высказывание - ложь. Значит все жители острова лжецы.

Ответ: 0 рыцарей.

№2

$ax^2 + bx + c = 0$ $\qquad x_1^2 + x_2^2 = 2023$

По теореме Виета:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad |\cdot 2 \end{cases}$ $\qquad x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 2023 + 2x_1x_2$

$(x_1 + x_2)^2 = 2023 + 2x_1x_2$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ 2x_1x_2 = \frac{2c}{a} \end{cases} + \Rightarrow$ $\cancel{(x_1+x_2)^2} =$ Делаем замену, получаем

$\left(-\frac{b}{a}\right)^2 = 2023 + \frac{2c}{a} \Leftrightarrow \frac{b^2 - 2ac}{a^2} = 2023$ след. лист.

Бланк ответов

Класс 10 Аудитория 5 Название предмета МАТЕМАТИК

Дата проведения (дд-мм-гг) 23-11-24

Лист № 3 Шифр МА10-11

№2 (Продолжение)

Получили, что сумма квадратов корней равна $\frac{b^2-2ac}{a^2}$

Требуется найти эту сумму для $ax^2+bx+c=a$

~~B^2~~ Пусть y - сумма ~~х~~ квадратов корней для

тогда $\begin{cases} \frac{b^2-2ac}{a^2}=y \\ \frac{b^2-2ac}{a^2}=2023 \end{cases}$

$b^2-2ac=a^2y$

В уравнении $ax^2+bx+c=a$ коэф. $c = \underline{c-a}$, подставляем

$b^2-2ac+2a^2=a^2y$

$b^2-2ac=\cancel{a^2y}\ 2a^2-a^2y$

$b^2-2ac=2023a^2$

Так как левые части уравнений равны, то и правые будут равны, тогда

$2a^2-a^2y=2023a^2$

$-a^2y=2021a^2 \quad |:a^2$

$a^2\neq 0$, так как $a\neq 0$, потому что тогда уравнение не было бы квадратным, поэтому можем разделить на a^2

$-y=2021$

$y=2021$

Ответ: 2021

Бланк ответов

Класс 10 Аудитория 5 Название предмета МАТЕМАТИК Дата проведения (дд-мм-гг) 23-11-24

Лист № 4 Шифр МА10-11

№4

Пусть a - возраст Евдокии

Пусть b - возраст Ратибора, тогда

$a - b = 5$

$100a + b = n^2$ где n - натуральное целое число

$100(b+4) + a+4 = k^2$ где k - натуральное целое число

$100b + a + 404 = k^2$ вычтем из одного уравнение другое

$$-\begin{cases} 100a + b = n^2 \\ 100b + a + 404 = k^2 \end{cases}$$

$99a - 99b = n^2 - k^2 + 404$

$99(a-b) = n^2 - k^2 + 404$

$99 \cdot 5 = n^2 - k^2 + 404$

$n^2 - k^2 = 495 - 404$

$n^2 - k^2 = 91$ Это значит, что разность между квадратами натуральных чисел, которые получились при приписовании возраста Евдокии к возр. Ратибора и наоборот должна быть ровна 91.

Минимальное 4-х значное число n^2 достигается при $n \geq 32 \Leftrightarrow n^2 \geq 1024$

Откуда получаем, что $a \geq 10$ $b \geq 24$, но т.к. Евдокия ~~старше~~ старше и их разница - 5 лет, то $a \geq 29$ $b \geq 24$

Например возьмем $a = 29$ $b = 24$, тогда $n^2 = 2924$ $k^2 = 2833$

$n^2 - k^2 = 91$ $2924 - 2833 = 91$ Осталось найти такие числа, что n и k целые

Бланк ответов

Класс: 1 0 | Аудитория: 5 | Название предмета: М А Т Е М А Т И К | Дата проведения (дд-мм-гг): 2 3 – 1 1 – 2 4

Лист № 5 | Шифр: МА 1 0 – 1 1

№4 (Продолжение)

Так как 4-х значные квадраты чисел могут заканчиваться только на цифры 00, 1, 4, 25, 6, 9, то подходящие n в паре с K следующие:

n , K

~~3126, 3035~~

~~3631, 3540~~

~~4035, 3944~~

~~4136, 4045~~

~~4540, 4449~~

~~4641, 4550~~

~~5045, 4954~~

5146 не подх.

5449 не подх.

5651 не подх.

5954 не подх.

6156 не подх.

6459 не подх.

6661 не подх.

6964 не подх.

7166 не подх.

3025 2934 подх.

Ответ: Евдокии 34, Бабушке 29