

М - 10 - 05

Всероссийская олимпиада
школьников по математике
(муниципальный этап)

ученика 10 А класса

МБОУ СМ №5

Тютинурова Дмитрий Егорович

дата рождения: 08.02.2003

гражданство: РФ

телефон: 8989 613 0851

$$\textcircled{1} \quad a_1 = 1 ; a_2 = 2$$

$$a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

Найдем несколько членов последовательности:

$$a_3 = \frac{2}{1} = 2 ; a_4 = \frac{a_3}{a_2} = \frac{2}{2} = 1 ;$$

$$a_5 = \frac{1}{2} = 0,5 ; a_6 = \frac{0,5}{1} = 0,5 ;$$

$$a_7 = \frac{0,5}{0,5} = 1 ; a_8 = \frac{1}{0,5} = 2 ; a_9 =$$

$$= \frac{2}{1} = 2 ; a_{10} = \frac{2}{2} = 1 \dots$$

Тогда числовая последовательность будет выглядеть следующим образом:

$$\underbrace{1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0,5 \ 0,5 \ 1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0,5 \ 0,5 \ 1 \ 2 \dots}_{6 \text{ чис.}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{6 \text{ чис.}}$$

Будем разбивать последовательность на 6-ки чисел, начиная с самого первого элемента.

Всего получится ~~шесть~~ ~~шестерок~~:

28-10-05

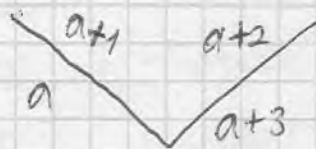
1	7
2	×
3	7
4	7
5	2
Σ	23

288, т.к. $1730 = 6 \cdot 288 + 2$, а
такие останки два элемента
последовательности: 1 и 2.

Сумма чисел в одной шестер-
ке равна 7 $\Rightarrow S_{1730} = 288 \cdot 7 + 1 + 2 =$
 $= 2019$

Ответ: 2019

③ Тронули одну из
двух листов четвертой
тетради: первая страница под номе-
ром a , вторая под номером $(a+1)$,
третья - $(a+2)$, четвертая - $(a+3)$.
Составим уравне-
ние:



$$a + (a+1) + (a+2) + (a+3) = \overset{338}{\cancel{388}}$$

$$4a + 6 = 338$$

$$a = \frac{338 - 6}{4} = 83$$

Тронули одну страницу под
номером 83, значит количество
листов

лизы под номером 83 равно
 $82 : 2 = 41$.

Количество ~~и~~ листов первых
3-х тетрадей $\div 6$, поскольку
количество листов (одинарных)
в одной тетради равно $2n$,
где n — кол-во 2-х листов и
тогда для 3-х тетрадей $3 \cdot 2 \cdot n =$
 $= 6n$.

Предполагая, что страница
под номером 83 — первая в
четвертой тетради, тогда
на предыдущие 3 тетради у
нас остается 41 одинарный
лист, чего не может быть,
т.к. $41 \not\div 6$. Страница под но-
мером 83 не может быть также
2-й, 3-й, 4-й, 5-й (т.к. $40 \not\div 6$, $39 \not\div 6$,
 $38 \not\div 6$, $37 \not\div 6$), а может быть толь-
ко 6-й, т.к. тогда кол-во оди-

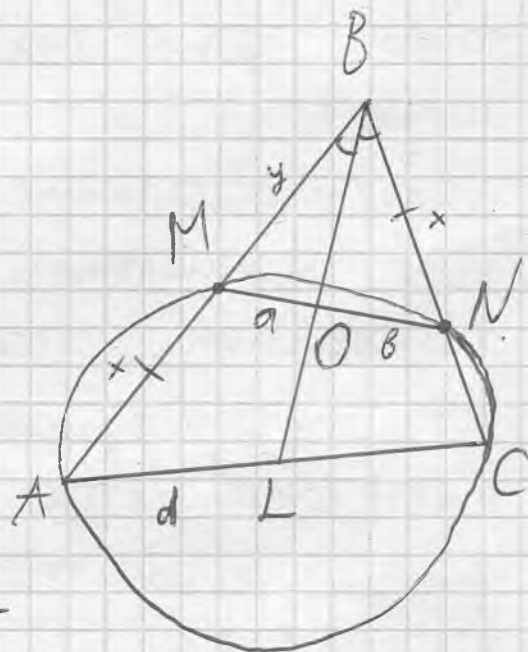
М-10-05

нарных митов ~~то~~ для пер-
 вох 3-х тетрадей равно ~~36~~
 $36 : 6$.

Значит число страниц для
 3-х тетрадей равно $36 \cdot 2 = 72$, а
 для 12 ~~тетрадей~~ тетрадей равно
 $72 \cdot 4 = 288$

Ответ: 288

④ Решение
 Пусть $AM = BN =$
 $= x$, $MB = y$,
 $AL = d$,
 $BL \cap MN = O$.
 $MO = a$, $ON = b$.



Поскольку $AMNC$ -
 - вписанный, то
 $\angle BAC = \angle BNM$ ($\angle MAC + \angle MNC = 180^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BNM = 180^\circ - \angle MNC = \angle MAC$).

Значит $\triangle ABL \sim \triangle OBN$ по 2-м
 $\Rightarrow \frac{x}{d} = \frac{b}{a}$ (1)

По св-ву биссектрисы (расши-
риваем $\triangle MBN$): $\frac{x}{y} = \frac{b}{a}$; $ax = by$ (2)

Перепишем равенство (1):

$$dx = bx + by$$

Поглощаем членом $by - ax$:

$$dx = bx + ax$$

$$d = a + b$$

Значит, т.к. $d = a + b$, то

$$AL = MN \Rightarrow \triangle AML = \triangle BNM$$
 по

2-м см. и углу ~~между~~ между
ними. ($BN = AM$, $AL = MN$,
 $\angle MAL = \angle MNB$) $\Rightarrow ML = MB \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BML$ - равноб $\Rightarrow \angle MLB =$
 $= \angle LBN \Rightarrow ML \parallel BC$, т.к.

накрестлежащие углы равны.

$$(4) \quad x^2 + xy + y^2 = x + 20$$

$$x^2 + x(y-1) + y^2 - 20 = 0$$

Решим квадратное ур-е

$$D = (y-1)^2 - 4(y^2-20) \geq 0$$

Пусть ур-е им. корни,

тогда $D = (y-1)^2 - 4(y^2-20) \geq 0$

$$D = -3y^2 - 2y + 81 \geq 0$$

Дискриминант нового 2-хме-
на:

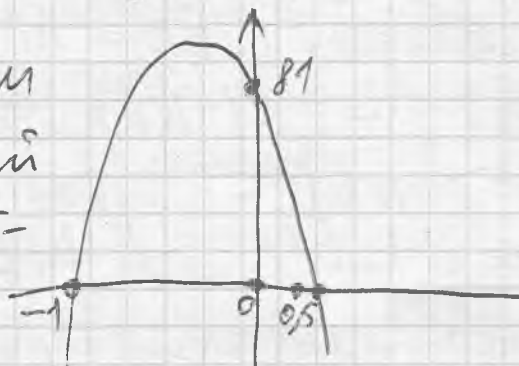
$$D_1 = 4 + 3 \cdot 4 \cdot 81 = 4 + 972 = 16 \cdot 31 > 0$$

$$y_1 = \frac{2 + 4\sqrt{31}}{-6} \approx -1,25$$

$$y_2 = \frac{2 - 4\sqrt{31}}{-6} \approx \frac{3,5}{6} > 0,5$$

Значит, среди
целых значений

y на остае-
ся -1 и 0



1) $y=0$, тогда исходное
ур-е принимает вид
 $x^2 - x - 20 = 0$ и $D=81$

$$x_1 = 5; x_2 = -4$$

$$(5; 0) ; (-4; 0)$$

2) $y = -1$, тогда упр-е
принимает вид:

$$x^2 - 2x - 19 = 0 \quad \text{и} \quad D = 80$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{80}}{2}; \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{80}}{2} \quad - \text{не}$$

целые.

Ответ: $(5; 0); (-4; 0)$